Prof. Dr. Alfred Toth

Kaehrs Paradies

1. „Aus dem Paradies, das Cantor uns geschaffen, soll uns niemand vertreiben können" (Hilbert 1926, S. 70). Diesen Satz lernt jeder Mathematikstudent, wenn er die Voraussetzungen der Mengentheorie kennenlernt.

2. Bekanntlich beruhen die von Günther (1976-1990) geschaffene polykontexturale Logik und die auf ihr basierende qualitative Mathematik (Kronthaler 1986) auf logischen Rejektionswerten. Diese sind Werte, die eine logische Alternative, also z.B. die Werte-Menge W = (0, 1) der 2-wertigen aristotelischen Logik, verwerfen und auf diese Weise weitere, zunächst nicht in W befindliche, Werte einführen und dadurch n-wertige, nicht-aristotelisch Logiken begründen, in den die drei Grundgesetze des Denkens, die Sätze der Identität, des ausgeschlossenen Dritten und des verbotenen Widerspruchs, nicht mehr gelten.

3. Während in der klassischen 2-wertigen Logik nur zwei Ordnungen von Werten aus W möglich sind

$W_1 = (0, 1)$

$W_2 = (1, 0)$,

wachsen die möglichen Ordnungen entsprechend den durch Transjunktionswerten angereicherten Wertemengen von W bekanntlich in der Fakultät der Anzahl von Werten an. So hat bereits die 3-wertige nicht-klassische Logik W = (0, 1, 2) die 3! = 6 möglichen Ordnungen

$W_1 = (0, 1, 2)$ $\quad W_3 = (1, 0, 2)$ $\quad W_5 = (2, 0, 1)$

$W_2 = (0, 2, 1)$ $\quad W_4 = (1, 2, 0)$ $\quad W_6 = (2, 1, 0)$.

Diese n! Permutationen von n Elementen von W kann man nun als Permutationszyklen, in der Form von so genannten Hamilton-Kreisen (und ihnen korrespondierenden "Permutographen", wie sie Gerhard G. Thomas nannte), darstellen. Jede der n! Permutationen eines solchen n-Zyklus stellt nun nach Günther (1980, S. 260 ff.) ein "Wort" einer "Negativsprache" dar. Diese enthält somit alle Zyklen mit (n+m)! Permutationen einer (n+m)-wertigen Logik für n = 2, worin also m die Anzahl der Transjunktionswerte angibt. Da jedes Wort der Negativsprache "einen in sich zurücklaufenden Kreis darstellt, verliert die ursprüngliche Außenintention der Sprache fortschreitend ihr seinsthematisches Gewicht. Die 'wirkliche Welt', die ja positives Sein ist, wird aus der Ideenwelt, die eine Negativsprache entwickeln kann, durch ihre eigene Negativität hinausverwiesen (Günther 1980, S. 292).

4. Während jedoch die Kenogramme und ihre Folgen, die Morphogramme, Platzhalter für Zahlen, Werte und Zeichen sind, sind die von Günther zur Darstellung der Negativsprache verwandten Hamiltonkreise bereits durch Werte besetzt, nämlich denjenigen der n-wertigen Logiken, aus denen die Negativsprache konstruiert werden soll. Diese bedient sind somit positiver logischer Werte zu ihrer Darstellung. Um diesen fundamentalen Widerspruch zu eliminieren, hatte Kaehr (2013) vorgeschlagen, die Knotentheorie in die polykontexturale Zahlentheorie einzuführen und Negationen als (dynamische) Garben zu definieren. Die Abweichungen zwischen Knoten, die durch die Reidemeister-Bewegungen formal darstellbar sind, werden in der Arithmetik der Proto-, Deutero und Tritozahlen durch Palindrome von Wertfolgen n-wertiger Logiken ausgedrückt. Die vormaligen, von Günther logisch-positiv dargestellten Wörter der Negativsprache werden nun durch "Garben-Wörter" (braid words) dargestellt, vgl. die folgende Tabelle aus Kaehr (2013, S. 61)

Corresponce table for *B*4

Negation system properties	**Braid words**	**Gunther**
$N_i(N_i(X)) = X$, i=1,2,3 identity)	: $\sigma_1 \sigma_1^{-1} = 1$	: Is (mirror
$N_1(N_3) = N_3(N_1)$ L, R	: $\sigma_1 \sigma_3 = \sigma_3 \sigma_1$	: K (circle),
$N_1(N_2(N_1)) = N_2(N_1(N_2))$ relation)	: $\sigma_1 \sigma_2 \sigma_1 = \sigma_2 \sigma_1 \sigma_2$	: O (order
$N_2(N_3(N_2)) = N_3(N_2(N_3))$	: $\sigma_2 \sigma_3 \sigma_2 = \sigma_3 \sigma_2 \sigma_3$	: O
And: $N_i(X)$ (exchange relation).	: σ_i	: U, L, R

Die Folge ist natürlich eine Topologisierung der Zahlentheorie in einem bisher ungeahnten Ausmaße. Zahlen werden nun durch Knoten-Überschneidungen vermittelt, überhaupt bekommt der bisher nur in der Semiotik kategorische Begriff der Vermittlung erstmals eine Bedeutung für die Mathematik. War bereits die "Faserung" der quantitativen Peanozahlen in die sowohl quantitativen als auch qualitativen Proto-, Deutero- und Tritozahlen durch Günther (vgl. Günther 1979, S. 241 ff.) eine mathematische Neuerung erster Güte, so stellt der Verzicht auf die immer noch "entitätische" Natur der Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen und ihre Ersetzung durch die den Knoten-Differenzen korrespondierenden Differenzen vor allem der asymmetrischen Palindrome aus Wertfolgen n-wertiger Logiken die Erschließung eines mathematischen "Paradieses" dar, das den Vergleich mit dem bekannten Paradies von Cantor nicht zu scheuen braucht. Die negativen Wörter der Negativsprache sind erst durch Kaehr negative, d.h. differentielle Wörter geworden, die also rein relationalen Charakter besitzen, dem keine Entität mehr anhaftet, vergleichbar natürlich den in der Mathematik längst eingeführten, sowohl die klassischen Zahlen als auch die Mengen ablösenden relationalen Kategorien, vergleichbar aber auch der relationalen Peirce-Bense-Semiotik und der ebenfalls relationalen "Stratificational Grammar".

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Hilbert, David, Über das Unendliche. In: Mathematische Annalen 95, 1926, S. 161-190

Kaehr, Rudolf, Gunther's Negation Cycles and Morphic Palindromes. In: ThinkArtLab (Glasgow) 2013

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

5.1.2017